



Universidad de Granada



Facultad de  
Ciencias  
Sección de  
Físicas

## Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Física

<b>Tutor/a:</b>	Manuel Calixto Molina
<b>Departamento y Área de Conocimiento:</b>	Matemática Aplicada
<b>Cotutor/a:</b>	
<b>Departamento y Área de Conocimiento:</b>	

**Título del Trabajo:** Fases Topológicas de la Materia

<b>Tipología del Trabajo:</b> (Segun punto 3 de las Directrices del TFG aprobadas por Comisión Docente el 10/12/14)	( Marcar con X)	1. Revisión bibliográfica	X	4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio	
		2. Estudio de casos teórico-prácticos	X	5. Elaboración de un proyecto	
		3. Trabajos experimentales		6. Trabajo relacionado con prácticas externas	

### Breve descripción del trabajo:

El premio Nobel de Física en 2016 fué concedido a los investigadores: David J. Thouless, Duncan Haldane y J. Michael Kosterlitz, por sus descubrimientos teóricos sobre transiciones de fase topológicas y fases topológicas de la materia. Éstos son estados poco usuales de la materia que abren la senda a desarrollar nuevos materiales con propiedades electrónicas exóticas. El estudio de estos fenómenos en sistemas cuánticos es crucial en aplicaciones tecnológicas futuras, por ejemplo, para el diseño y fabricación de nanodispositivos innovadores, para un mayor desarrollo de la nanoelectrónica y la espintrónica de próxima generación, así como para su aplicación en computación y teoría cuántica de la información.

Para estudiar estas fases inusuales o estados de la materia (como los materiales superconductores, superfluidos o delgadas capas magnéticas), se han usado avanzados métodos matemáticos que combinan: la geometría, la topología (números cuánticos topológicos), el álgebra y el análisis.

El objetivo de este TFG es entender la física y la matemática subyacente a este tipo de fenómenos y por qué el tema es tan importante como para merecer el Premio Nobel. También se plantea el estudio de casos teórico prácticos, analizando modelos de aislantes topológicos bidimensionales, similares al grafeno, pero con un acoplamiento espín-órbita mayor, suficiente como para desarrollar “estados de borde”. Tal es el caso de los denominados “materiales de Dirac” (descritos a bajas energías por una ecuación relativista de tipo Dirac) como el: siliceno, fosforeno, etc.

### Objetivos planteados:

- Entender en qué consisten las transiciones de fase topológicas y en qué tipo de materiales se producen.
- Saber distinguir qué diferencia las fases topológicas de las fases tradicionales de la materia.
- Entender por qué estos materiales son importantes desde la perspectiva de nuevas aplicaciones tecnológicas.
- Saber llegar a la ecuación de Dirac desde un modelo de enlace fuerte (“tight binding”) a bajas energías del grafeno y del siliceno.
- Saber resolver la correspondiente ecuación de Dirac (autovectores y autovalores) con campos eléctricos y magnéticos constantes perpendiculares a la muestra.

Campus  
Fuentenueva  
Avda. Fuentenueva  
s/n  
18071 Granada  
Tfno. +34-958242902  
fisicas@ugr.es

**Comisión Docente de Físicas**  
Facultad de Ciencias



- Analizar propiedades del espectro e identificar estados de borde.

**Metodología:**

La metodología es la propia de un trabajo de tipo recopilatorio. Se proporciona una amplia bibliografía con contenidos tanto básicos como más avanzados, que el estudiante debe asimilar e interrelacionar. Es necesario un conocimiento mínimo de Mecánica Cuántica avanzada. Es conveniente el repaso de la ecuación de Dirac en 2 dimensiones, la cuantización del oscilador armónico simple y el formalismo de operadores creación y aniquilación y espacio de Fock.

Para la resolución de problemas de autovalores y autovectores se utilizarán programas de cálculo simbólico y numérico, en aquellos casos en que no se disponga de solución analítica.

**Bibliografía:**

Divulgación científica del premio Nobel:

<https://www.nobelprize.org/uploads/2018/06/popular-physicsprize2016.pdf>

Una explicación más detallada del trasfondo científico:

<https://www.nobelprize.org/uploads/2018/06/advanced-physicsprize2016.pdf>

Orden topológico

[https://en.wikipedia.org/wiki/Topological\\_order](https://en.wikipedia.org/wiki/Topological_order)

Aislantes topológicos

[https://en.wikipedia.org/wiki/Topological\\_insulator](https://en.wikipedia.org/wiki/Topological_insulator)

Computadores cuánticos topológicos

[https://en.wikipedia.org/wiki/Topological\\_quantum\\_computer](https://en.wikipedia.org/wiki/Topological_quantum_computer)

Números cuánticos topológicos

[https://en.wikipedia.org/wiki/Topological\\_quantum\\_number](https://en.wikipedia.org/wiki/Topological_quantum_number)

János K. Asbóth, László Oroszlány, András Pályi, A Short Course on Topological Insulators, Band



Universidad de Granada



Facultad de  
Ciencias  
Sección de  
Físicas

Structure and Edge States in One and Two Dimensions, Lecture Notes in Physics

Volume 919, Springer 2016

B. Andrei Bernevig, Topological Insulators and Topological Superconductors, Princeton University Press 2013

Landau levels in graphene

[https://www.google.com/url?](https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwiKg_G-jo7iAhVLdhoKHTWzBckQFjAAegQIAhAC&url=http%3A%2F%2Fmafija.fmf.uni-lj.si%2Fseminar%2Ffiles%2F2010_2011%2Fzala_lenarcic.pdf&usg=AOvVaw2flE-sEnaTjyE1uzvApqFf)

[sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwiKg\\_G-jo7iAhVLdhoKHTWzBckQFjAAegQIAhAC&url=http%3A%2F%2Fmafija.fmf.uni-lj.si%2Fseminar%2Ffiles%2F2010\\_2011%2Fzala\\_lenarcic.pdf&usg=AOvVaw2flE-sEnaTjyE1uzvApqFf](https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwiKg_G-jo7iAhVLdhoKHTWzBckQFjAAegQIAhAC&url=http%3A%2F%2Fmafija.fmf.uni-lj.si%2Fseminar%2Ffiles%2F2010_2011%2Fzala_lenarcic.pdf&usg=AOvVaw2flE-sEnaTjyE1uzvApqFf)

M. Calixto y E. Romera, J. Stat. Mech. 2015 P06029 (2015).

Shun-Qing Shen, Topological Insulators: Dirac Equation in Condensed Matters, Springer Series in solid-state sciences 2012

M. Calixto, Topological Insulators and Characterization of their Phases

<http://www.ugr.es/~calixto/TI-CQS17.pdf>

Z.F. Ezawa, “Quantum Hall Effects Field Theoretical Approach and Related Topics” 2<sup>nd</sup> Edition. World Scientific 2008

Eduardo Fradkin, “Field Theories of Condensed Matter Physics”, Cambridge 2013

C. Cohen-Tannoudji et al., “Quantum Mechanics”, Volume 1, Complement E-VI: “a charged particle in a magnetic field: Landau levels” página 742.

**A rellenar sólo en el caso que el alumno sea quien realice la propuesta de TFG**

Campus  
Fuentenueva  
Avda. Fuentenueva  
s/n  
18071 Granada  
Tfno. +34-958242902  
fisicas@ugr.es

**Comisión Docente de Físicas**  
Facultad de Ciencias



Universidad de Granada



Facultad de  
Ciencias  
Sección de  
Físicas

Alumno/a propuesto/a:

Granada, 4 de mayo 2017

Sello del Departamento

Campus  
Fuentenueva  
Avda. Fuentenueva  
s/n  
18071 Granada  
Tfno. +34-958242902  
fisicas@ugr.es

**Comisión Docente de Físicas**  
Facultad de Ciencias