



Propuesta de Trabajo Fin de Grado del Doble Grado en Física y Matemáticas

Responsable de tutorización: Juan S. Soler Vizcaino

Correo electrónico: jsoler@ugr.es

Departamento: Matemática Aplicada

Área de conocimiento: Matemática Aplicada

Responsable de cotutorización: Margarita Arias López

Correo electrónico: marias@ugr.es

Departamento: Matemática Aplicada

Área de conocimiento: Matemática Aplicada

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)

Estudiante que propone el trabajo: José Miguel Reinaldos Miñarro

Título: Ecuaciones de Vlasov-Fokker-Planck sobre grafos dirigidos.

Número de créditos: ~~6 ECTS~~ **12 ECTS**

Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):

1. Revisiones y/o trabajos bibliográficos sobre el estado actual de aspectos específicos relacionados con la titulación
2. Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática de la titulación, a partir del material disponible en los centros
3. Trabajos experimentales, de toma de datos de campo, de laboratorio, etc.
4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio
5. Elaboración de un informe o un proyecto en el ámbito del grado de naturaleza profesional
6. Trabajos relacionados con las prácticas externas

Descripción y resumen de contenidos: El estudio de sistemas de muchas (N) partículas (agentes) que interactúan entre ellas a través de un sistema de N ecuaciones diferenciales (o $2N$ en el caso de interacciones de segundo orden) promueve el estudio de la representación de estos sistemas mediante ecuaciones en derivadas parciales (EDP) que contengan la información del sistema discreto cuando el número de partículas es muy grande (representado por $N \rightarrow \infty$). Esta forma de obtener una única EDP que represente al sistema de interacción de agentes se denomina límite de campo medio. Este estudio a menudo se ha centrado en agentes idénticos y sistemas intercambiables, es decir, las interacciones son binarias, con pesos constantes. La cuestión de los límites del campo medio para sistemas intercambiables donde todos los agentes son idénticos hoy día está bien establecida cuando los núcleos de interacción son Lipschitzianos (no se conoce rigurosamente el caso de interacciones de partículas con núcleos Coulombianos o Newtonianos, o en general con interacciones singulares). El caso de los sistemas no intercambiables y los agentes no idénticos había permanecido comparativamente menos explorado, pero recientemente ha comenzado a recibir mucha atención debido a su importancia crítica para muchas aplicaciones y sus conexiones con diversas áreas de las Matemáticas y la Física. De hecho, el análisis de sistemas multiagente no intercambiables no solo implica el estudio de EDPs y análisis estocástico, sino también teoría de grafos. Por otro lado, los sistemas multiagente también se encuentran en un gran número de campos desde sus aplicaciones clásicas en Física hasta las Biociencias, Neurociencias, Ciencias Sociales o Economía.

Actividades a desarrollar:

La idea de este TFG es la de aprender las técnicas usuales para obtener límites de campo medio sobre agentes intercambiables cuando las interacciones son Lipschitzianas. Esto requerirá de una ampliación de los conocimientos de ecuaciones diferenciales y teoría de la medida, así como de los problemas físicos subyacentes a este tipo de límites. Como segundo objetivo se pretende incorporar una estructura de red compleja en el análisis de sistemas de partículas que interactúan. Más precisamente, en sistemas bien mixtos/homogéneos/acoplados todos a todos, se pueden derivar ecuaciones límite de campo medio como las ecuaciones de Vlasov-Fokker-Planck (VFPEs). Una VFPE mesoscópica describe la probabilidad de encontrar un solo vértice/partícula en un determinado estado, formando un puente entre la física estadística microscópica y las aproximaciones macroscópicas de tipo fluido. Un obstáculo importante en este marco es incorporar estructuras de red complejas en las ecuaciones límites. En muchos casos, solo existen aproximaciones heurísticas, los límites se basan en clases particulares de operadores integrales. Estudiaremos una forma elegante y más general que usa la teoría de los límites de grafos. En particular, estudiaremos cómo se puede inducir dinámicas de redes complejas a través de graphops (operadores de grafos) en ecuaciones de VFPEs.

Objetivos planteados

Estudio de límites de campo medio para agentes intercambiables con interacciones Lipschitzianas

Estudio de sistemas dinámicos sobre grafos. Diversos tipos de límites de grafos

Estudio de ecuaciones de Vlasov-Fokker-Planck como límites de sistemas dinámicos sobre grafos.

Bibliografía

1. C Kuehn, C Xu, Vlasov equations on digraph measures, *Journal of Differential Equations* 339(2022), 261-349
2. C Kuehn, Network dynamics on graphops, *New J. Phys.* 22 (2020), 053030
3. C. Borgs, J. T. Chayes, L. Lovasz, V. Sos, K. Vesztegombi, Convergent graph sequences II: multiway cuts and statistical physics, *Ann. Math.* 176 (2012), 151–219.
4. R. L. Dobrushin, Vlasov equations, *Funct. Anal. its Appl.* 13(2) (1979), 115–123.
5. F. Golse, On the dynamics of large particle systems in the mean field limit *Macroscopic and Large Scale Phenomena: Coarse Graining, Mean Field Limits and Ergodicity*, Springer, Berlin 2016, 1–144.
6. P. E. Jabin, A review of the mean field limits for Vlasov equations, *Kinet. Relat. Mod.* 7 (2014), 661–711.
7. H. Neunzert, An introduction to the nonlinear Boltzmann–Vlasov equation. In *Kinetic Theories and the Boltzmann Equation*, Lecture Notes in Mathematics vol. 1048. Springer-Verlag, 1984.
8. L. Lovasz, *Large Networks and Graph Limits*, AMS Colloquium Publications Volume: 60, 476 pp, 2012.
9. M A Gkogkas, C Kuehn, Graphop Mean-Field Limits for Kuramoto-Type Models, *SIAM J. APPLIED DYNAMICAL* 21 (2022), 248-283,

Firma del estudiante
(solo para trabajos realizados por estudiantes)



Firma del responsable de tutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de cotutorización (*en su caso*)
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En Granada, a 16 de mayo de 2023