



Propuesta de Trabajo Fin de Grado del Doble Grado en Física y Matemáticas

Responsable de tutorización: Michalis Skotiniotis
Correo electrónico: mskotiniotis@onsager.ugr.es
Departamento: Electromagnetismo y Física Materia
Área de conocimiento: Física y Información Cuántica

Responsable de cotutorización:
Correo electrónico:
Departamento:
Área de conocimiento:

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)
Estudiante que propone el trabajo:

Título: The Quantum Superposing Machine
Número de créditos: 12 ECTS

Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):

1. Revisiones y/o trabajos bibliográficos sobre el estado actual de aspectos específicos relacionados con la titulación
2. Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática de la titulación, a partir del material disponible en los centros
3. Trabajos experimentales, de toma de datos de campo, de laboratorio, etc.
4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio
5. Elaboración de un informe o un proyecto en el ámbito del grado de naturaleza profesional
6. Trabajos relacionados con las prácticas externas

Descripción y resumen de contenidos:

Quantum information theory is riddled with no-go theorems. We cannot clone [1], broadcast [2], nor delete [3] quantum information, and recently it was proven that we cannot superpose quantum information either [4,5,6]. Specifically, given one system in some state $|\psi\rangle$, and a second in a state $|\phi\rangle$, there exists no physical process capable of producing the state $\alpha|\psi\rangle + \beta|\phi\rangle$, where $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$, $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$, for *arbitrary* $|\psi\rangle$ and $|\phi\rangle$.

Yet, we can clone, delete and broadcast quantum information if, instead of demanding that the task be faithful on *every* copy of a quantum system we are given, we demand an *approximate* copy (deletion or broadcast), whose error tends to zero *asymptotically* [7].

In this project we want to explore whether an approximate version of a quantum superposing machine can be constructed if we are given multiple copies of $|\psi\rangle$ and $|\phi\rangle$. The existence of such a device, even in an approximate sense, would have profound implications in the foundations of quantum theory as well as quantum cryptography [8].

Actividades a desarrollar:

The project will build on previous works on cloning [5] and make use of

1. Group theoretic techniques (Schur-Weyl duality, representation theory of the Symmetric group, Young Frames and diagrams)
2. Quantum Operations and their representations (Kraus Representation, Stinespring Dilation theorem and Choi-Jamiolkowski representations)
3. Concentration measures and large deviation theory

to construct a quantum superposing machine capable of approximating the desired superposition state. Specifically we will answer the question whether such a machine exists, if the implementation is deterministic or probabilistic and obtain the probability of success in the case of the latter.

Objetivos planteados

Given N copies of $|\psi\rangle$ and $|\phi\rangle$ use the representation theory of the symmetric group to identify typical and atypical sequences of states

Determine the overlap of multi-copy typical states with N copies of $\alpha|\psi\rangle + \beta|\phi\rangle$

Give an explicit protocol (machine) that operates on typical sequences and yields outputs whose overlap with N copies of $\alpha|\psi\rangle + \beta|\phi\rangle$ is high

Determine the probability of success of such a machine

Bibliografía

- [1] Wootters, W. K., Zurek, W. H. A single quantum cannot be cloned. [Nature, 299, 802-803.](#)
- [2] Barnum, H., *et al.* Noncommuting mixed states cannot be broadcast. [PRL, 76, 2818.](#)
- [3] Kumar Pati, A., Braunstein, S. L. Impossibility of deleting an unknown quantum state. [Nature, 404, 164-165.](#)
- [4] Oszmaniec, M., Grudka, A., Horodecki, M. and Wójcik, A. Creating a superposition of unknown quantum states. [Physical Review Letters, 116, 110403.](#)
- [5] Gavorová, Z. Topologically-driven impossibility of superposing unknown states. [arXiv preprint arXiv:2111.02391.](#)
- [6] Luo, M. X., Li, H. R., Lai, H., & Wang, X. Unified quantum no-go theorems and transforming of quantum pure states in a restricted set. [Quant. Info. Processing, 16, 1-32.](#)
- [7] Chiribella, G., Yang, Y. and Yao, A.C.C. Quantum replication at the Heisenberg limit. [Nature Communications, 4, 1.](#)
- [8] Arapinis, M., Delavar, M., Doosti, M. and Kashefi, E. Quantum physical unclonable functions: Possibilities and impossibilities. [Quantum, 5, 475.](#)

Firma del estudiante
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de tutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de cotutorización *(en su caso)*
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En Granada, a 24 de Abril de 2023