



Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2022-2023)

Responsable de tutorización: Lorenzo Luis Salcedo Moreno

Departamento: Física atómica molecular y nuclear

Correo electrónico: salcedo@ugr.es

Responsable de cotutorización:

Departamento:

Correo electrónico:

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)

Estudiante que propone el trabajo:

Título del trabajo: Problema espectral inverso en mecánica cuántica

Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):

- Complementario de profundización
- Divulgación de las Matemáticas
- Docencia e innovación
- Herramientas informáticas
- Iniciación a la investigación

Materias del grado relacionadas con el trabajo:

Ecuaciones Diferenciales I, Modelos Matemáticos II

Descripción y resumen de contenidos:

Al resolver la ecuación de Schrödinger en mecánica cuántica para una partícula en un potencial se obtiene el espectro de energías y las correspondientes funciones de onda. En general el espectro tiene una parte discreta (estados ligados) y otra continua (estados de colisión). El problema espectral inverso se refiere a inferir el potencial a partir del espectro, las amplitudes de colisión y posiblemente otros datos relevantes [1].

Bargmann [2] dio ejemplos de potenciales distintos con idénticos espectros y amplitudes de colisión. Después de resultados parciales, la solución completa al problema fue dada por Marchenko [3], Gelfand-Levitan [4] y Jost-Kohn [5]. Buenas exposiciones del tema se encuentran en [6,7,8,9]. El problema tiene interés para encontrar soluciones explícitas de la ecuación de Korteweg-deVries y otras ecuaciones diferenciales no lineales [10].

Actividades a desarrollar:

El alumno deberá familiarizarse con el tema y su bibliografía, tanto directa como los antecedentes necesarios para situarlo en su contexto y sus derivaciones más importantes, de modo que pueda exponerlo de manera coherente y suficientemente autocontenida.

<i>Objetivos matemáticos planteados</i>
Revisión bibliográfica y presentación asequible del tema para no especialistas

Bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta:

- [1] A. Galindo, P. Pascual: *Mecánica cuántica*, Ed. Eudema Universidad (1989).
- [2] V. Bargmann: *Phys. Rev.* **75**, 301 (1949)
- [3] V.A. Marchenko: *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **72**, 457 (1950), *ibid.* **104**, 695 (1955)
- [4] I.M. Gelfand, B.M. Levitan: *Izv. Akad. Nauk SSSR. Ser Mat.* **15**, 309 (1951)
- [5] R. Jost, W. Kohn: *Phys. Rev.* **87**, 979 (1952); *ibid.* **88**, 382 (1952)
- [6] L.D. Faddeev: *Usp. Mat. Nauk* **14**, 57 (1959). [*J. Math. Phys.* **4**, 72 (1963)]
- [7] K. Chadan, P.C. Sabatier: *Inverse Problems in Quantum Scattering Theory*. Ed. Springer (1977)
- [8] P. Deift, E. Trubowitz: *Comm. Pure Appl. Math.* **32**, 121 (1979)
- [9] V.A. Marchenko, *Sturm-Liouville operators and applications* (Revised Edition of 1986) (2011, AMS)
- [10] C.S. Gardner, J.M. Greene, M.D. Kruskal, R.M. Miura: *Phys. Rev. Lett.* **19**, 1095 (1967)

Otras referencias (si procede):

En Granada a 18 de mayo de 2022