



## Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2022-2023)

Responsable de tutorización: Juan Carlos Cabello Piñar

Departamento: Análisis Matemático

Correo electrónico: jcabello@ugr.es

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)

Estudiante que propone el trabajo: **NIKOLA POPARA SEDENO**

Título del trabajo: Cálculo Funcional Holomorfo

Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):

- Complementario de profundización
- Divulgación de las Matemáticas
- Docencia e innovación
- Herramientas informáticas
- Iniciación a la investigación

Materias del grado relacionadas con el trabajo: Análisis Funcional y Variable compleja.

Descripción y resumen de contenidos:

Es un cóctel de Análisis Funcional y variable compleja. Nos ocupamos de dar sentido a la expresión  $f[a]$ , donde  $a$  es un elemento de un álgebra de Banach compleja unital  $A$  y  $f$  es una función compleja holomorfa en un abierto  $G$  que contiene al espectro de  $a$  ( $\text{Sp}(a)$ ). Probamos que la aplicación  $f \rightarrow f[a]$  es un homomorfismo de álgebras continuo del espacio de las funciones holomorfas en  $G$  en el álgebra  $A$ , que transforma la función constantemente 1 en la unidad del álgebra  $A$  y la función identidad en el elemento  $a$ . En particular, probamos que esta aplicación extiende al cálculo funcional racional, definible en ambiente puramente algebraico, y sigue verificando la propiedad fundamental allí conocida:  $\text{Sp}(f[a]) = f(\text{Sp}(a))$ .

Ello nos permitirá obtener otra importante propiedad, a saber, su buen comportamiento con respecto a la composición de aplicaciones del que se deducen, condiciones suficientes para la existencia de "raíces  $n$ -ésimas" y "logaritmos" de  $a$ , u obtener una fórmula de Cauchy para las derivadas.

Actividades a desarrollar:

El alumno debe fijar los teoremas principales, y, a partir de ahí, determinar el contexto y definir todos los conceptos necesarios y recoger los resultados fundamentales desarrollados en el grado, útiles en dicho contexto y que se van a usar en la demostración de dichos teoremas.

Dispondremos pues de algunos resultados conocidos y otros que necesitarán una extensión. La idea es disponer de un desarrollo sistemático que nos permita construir un relato, sin elementos foráneos, que concluya con la demostración de la igualdad. Como epílogo, se deben añadir algunas aplicaciones de interés.

*Objetivos matemáticos planteados*

*Recopilar los resultados s desarrollados en el Grado y que vamos a necesitar*

*Organizar los resultados anteriores y construir los puentes necesarios para plantear el problema de la igualdad.*

*Probar los resultados principales, entre ellos la igualdad  $\text{Sp}(f[a])=f(\text{Sp}(a))$*

*Obtener algunas aplicaciones*

*Bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta:*

F.F. Bonsall and J. Duncan: Complete Normed algebras. Springer-Verlag, Berlín 1973.

J. Conway: A Course in Functional Analysis. Springer-Verlag, New York 1985.

N. Dunford and J. Schwartz: Linear Operators. Part I: General Theory. Interscience, New York 1957.

W. Rudin: Functional Analysis. Mc Graw-Hill, New York 1973.

A Taylor and D. Lay: Introduction to Functional Analysis (Second Edition). John Wiley and Sons, New York, 1980

Firma del estudiante  
(solo para trabajos propuestos por alumnos)



Firma del responsable de tutorización  
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)



Firma del responsable de cotutorización  
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En, Granada, a 17 de mayo de 2022