



Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2022–2023)

Responsable de tutorización: Miguel Ortega Titos

Departamento: Geometría y Topología

Correo electrónico: miortega@ugr.es

Responsable de cotutorización:

Departamento:

Correo electrónico:

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante):

Estudiante que propone el trabajo: Antonio Gayá Navarro

Título del trabajo: Introducción a los grupos de Lie

Tipología del trabajo (marcar una de las siguientes casillas):

- Complemento de profundización*
- Divulgación de las Matemáticas*
- Docencia e innovación*
- Herramientas informáticas*
- Iniciación a la investigación*

Materias del grado relacionadas con el trabajo: Curvas y Superficies. Geometría Global de Curvas y Superficies. Variedades diferenciables.

Descripción y resumen de contenidos:

Una de las teorías matemáticas a mitad de camino entre el Álgebra y la Geometría es la de los Grupos de Lie. Consiste básicamente en añadir una estructura diferenciable en un grupo algebraico, de manera que tanto la ley de composición interna como la aplicación *elemento inverso* sean diferenciables. En este trabajo se pretende hacer un pequeño estudio de esta teoría. Se introducirá el concepto de Grupo de Lie y se estudiarán las propiedades básicas. Para poder realizar este trabajo de forma correcta, es conveniente que el estudiante curse la asignatura *Variedades diferenciables*.

Los contenidos a estudiar son:

1. Concepto de grupo topológico. Ejemplos básicos.
2. Subgrupos topológicos y espacios cocientes. Espacios homogéneos.
3. Definición de grupo de Lie.
4. Concepto de álgebra de Lie. Álgebra de Lie asociada a un grupo de Lie.
5. Subgrupos uniparamétricos. La aplicación exponencial. Representación adjunta.
6. Subgrupos de Lie y espacios cociente. Espacios homogéneos.
7. Ejemplos.

Actividades a desarrollar: Consulta de bibliografía, recopilación y ordenación de los resultados, explicitando las demostraciones. Se programarán citas periódicas entre el tutor y el estudiante, para verificar el buen progreso del trabajo. Se elaborará una memoria detallada en \LaTeX .

<i>Objetivos matemáticos planteados</i>
Grupo topológico y subgrupos
Grupo de Lie y álgebra de Lie
Aplicación exponencial
Subgrupos y cocientes
Espacios homogéneos

Bibliografía

- [1] R. Carter et al, Lectures on Lie Groups and Lie Algebras. London Mathematical Society Student Texts 32, Cambridge University Press, 1995
- [2] S. Helgason, Differential geometry, Lie groups, and symmetric spaces. Providence, R.I.: American Mathematical Society, 2012
- [3] Y. Matsushima, Differentiable Manifolds, New York: Marcel Dekker, 1972

Firma del estudiante

(sólo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de tutorización

(sólo para trabajos propuestos por estudiantes)

En Granada, a 31 de mayo de 2022.