Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2022-2023)

Responsable de tutorización: Francisco Javier Lobillo Borrero *Departamento:* Álgebra *Correo electrónico:* jlobillo@ugr.es
Responsable de cotutorización: *Departamento:* *Correo electrónico:*
(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante) *Estudiante que propone el trabajo:* Marta Díez Sampedro

Título del trabajo: El teorema de los cuatro colores.
Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas): ☐ Complementario de profundización ☐ Divulgación de las Matemáticas ☐ Docencia e innovación ☐ Herramientas informáticas ☐ Iniciación a la investigación
Materias del grado relacionadas con el trabajo: Álgebra II
Descripción y resumen de contenidos: El teorema de los cuatro colores establece que todo grafo plano simple puede colorearse con cuatro colores. Dicho teorema está directamente relacionado con el problema de colorear regiones en un mapa de forma regiones adyacentes tengan un color diferente. Siendo un problema tan gráfico, despertó el interés de la comunidad matemática desde mediados del siglo XIX. Desde ese momento y durante gran parte del siglo XX aparecieron numerosos intentos de demostración, que contenían errores. Cabe destacar la demostración de Kempe que, aún siendo falsa como observó Heawood, contenía ideas muy bien encaminadas hacia la resolución final del problema. Los conceptos de configuración reducible, introducido por Birkhoff, junto con el método de descarga, permitieron a Appel y Haken, apoyados por ideas de Heesch, dar una demostración del teorema. La novedad de dicha demostración estriba en el uso de ordenadores para comprobar que 1478 configuraciones son reducibles. Dicha demostración fue simplificada en 1995 por Robertson, Sanders, Seymour y Thomas, que reducen el análisis a 633 configuraciones y automatizan la prueba de la inevitabilidad. En este Trabajo de Fin de Grado se estudiará la demostración tal y como se presenta en el año 1995 por Robertson *et al*. El análisis computacional de las configuraciones no será realizado.

Actividades a desarrollar:

Recordatorio de teoría de grafos: grafos planos y coloraciones en grafos.
Contraejemplo minimal.
Triangulación internamente 6-conexa.
Buena configuración.
Relación entre los conceptos anteriores.

Objetivos matemáticos planteados
Demostrar que todo contraejemplo minimal es una triangulación internamente 6-conexa
Demostrar que un contraejemplo minimal no contiene buenas configuraciones
Demostrar que toda triangulación internamente 6-conexa contiene una buena configuración

Bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta:

N. Robertson, D. P. Sanders, P. D. Seymour, and R. Thomas. The Four-Colour Theorem. Journal of Combinatorial Theory, Series B 70, 2-44 (1997).

G. D. Birkhoff, The reducibility of maps, Amer. J. Math. 35 (1913), 114–128.

K. Appel and W. Haken, Every planar map is four colorable, A.M.S. Contemporary Math. 98 (1989). MR 91m:05079

R. Fritsch, G. Fritsch and J. Peschke. The four colour theorem: history, topological foundations and ideal of the proof. Springer, 1998.

Otras referencias (si procede):

Firmado digitalmente por LOBILLO BORRERO FRANCISCO JAVIER - 30540852A
Fecha: 2022.05.24 17:41:27 +02'00'

Firma del estudiante
(solo para trabajos propuestos por alumnos)

Firma del responsable de tutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de cotutorización

(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En, Granada, a 24 de Mayo de 2022