



## Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2022-2023)

*Responsable de tutorización:* Jorge de Blas Mateo  
*Departamento:* Depto. Física Teórica y del Cosmos  
*Correo electrónico:* deblasm@ugr.es

*Responsable de cotutorización:*  
*Departamento:*  
*Correo electrónico:*

*(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)*  
*Estudiante que propone el trabajo:*

*Título del trabajo:* Fundamentos Matemáticos de Teorías Gauge

*Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):*

- Complementario de profundización
- Divulgación de las Matemáticas
- Docencia e innovación
- Herramientas informáticas
- Iniciación a la investigación

*Materias del grado relacionadas con el trabajo:*

Topología; Geometría; Mecánica; Análisis Vectorial; Algebras, Grupos y Representaciones; Variedades Diferenciables.

*Descripción y resumen de contenidos:*

La teoría de fibrados principales y conexiones proporciona el lenguaje geométrico natural para la descripción de las llamadas teorías gauge, las cuales se encuentran en la base de nuestra descripción de la física a nivel más fundamental.

El objetivo de este trabajo es introducir al estudiante al formalismo matemático de dichas teorías y así profundizar en conceptos matemáticos relacionados tales como:

- Geometría diferencial de variedades,
- Grupos y Algebras de Lie,
- Teoría de fibrados y fibrados principales ,
- Conexiones en fibrados principales,

así como conectar dicha descripción con la formulación local típicamente empleada en física, y aplicar los conceptos a distintos sistemas.

*Actividades a desarrollar:*

- Repaso y profundización en conceptos básicos de topología y geometría diferencial necesarios.
- Profundización en el formalismo de grupos y algebras de Lie, con énfasis a su uso como

descripción de simetrías de un sistema físico.

-Estudio de las estructuras de fibrados y, en concreto, los fibrados principales.

-Introducción del concepto de conexión en un fibrado principal. Relacionar el concepto con la forma usual en la que se trabaja (de manera local) en física con teorías gauge.

-Según el tiempo disponible, aplicación a la descripción de distintos sistemas físicos: teoría gauge  $U(1)$ , monopolo magnético de Dirac, ...

*Objetivos matemáticos planteados*

Aprender (o profundizar) en conceptos matemáticos tales como: cálculo en variedades diferenciables, grupos y álgebras de Lie, fibrados principales y teoría de conexiones.

Entender la importancia de las simetrías en sistemas físicos así como su representación matemática.

Entender el concepto de conexión gauge en sus diferentes (equivalentes) definiciones matemáticas.

Conectar la descripción formal matemática con los conceptos aplicados más usualmente utilizados en física para el tratamiento de teorías de campos gauge.

*Bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta:*

[1] “Geometry, Topology and Physics” (Graduate Student Series in Physics), M. Nakahara, IOP Publishing 2003.

[2] “Modern Differential Geometry for Physicists”, C. J. Isham, World Scientific Lecture Notes in Physics – Vol. 61.

*Otras referencias (si procede):*

[1] “Gauge Theories of the Strong and Electroweak Interaction”, M. Böhm, A. Denner, H. Joos, Vieweg+Teubner Verlag Wiesbaden, 2001

Firma del estudiante  
(solo para trabajos propuestos por alumnos)

Firma del responsable de tutorización  
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de cotutorización  
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En, Granada, a 18 de Mayo de 2022