



Propuesta de Trabajo Fin de Grado del Doble Grado en Física y Matemáticas (curso 2022–23)

Responsable de tutorización: Armando R. Villena Muñoz

Correo electrónico: avillena@ugr.es

Departamento: Análisis Matemático

Área de conocimiento: Análisis Matemático

Responsable de cotutorización:

Correo electrónico:

Departamento:

Área de conocimiento:

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante):

Estudiante que propone el trabajo: Adrián Moreno Sánchez

Título: Grupos unitarios y relaciones de conmutación

Número de créditos: 6 ECTS 12 ECTS

Tipología del trabajo (marcar las casillas que correspondan):

- 1. Revisiones y/o trabajos bibliográficos sobre el estado actual de aspectos específicos relacionados con la titulación
- 2. Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática de la titulación, a partir de material disponible en los centros
- 3. Trabajos experimentales, de toma de datos de campo, de laboratorio, etc.
- 4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio
- 5. Elaboración de un informe o un proyecto en el ámbito del grado de naturaleza profesional
- 6. Trabajos relacionados con las prácticas externas

Descripción y resumen de contenidos:

Los grupos unitarios uniparamétricos en un espacio de Hilbert se utilizan en mecánica cuántica para describir la dinámica de un sistema. El teorema de Stone establece que un tal grupo se obtiene como la exponencial de un operador autoadjunto, su generador infinitesimal, que tiene un papel fundamental. La exponenciación mencionada está fundamentada en el llamado cálculo funcional, el cual define el operador $f(A)$ para cada operador autoadjunto A y cada función Borel medible f definida en el espectro de A . La conmutación de operadores autoadjuntos se manifiesta en los grupos unitarios que estos generan. En este contexto es particularmente relevante el célebre teorema de Stone-von Neumann, el cual establece que la representación de Schrödinger es esencialmente la única representación posible de las relaciones de conmutación canónicas.

Este trabajo se vertebrará en torno a los siguientes temas específicos.

1. Cálculo funcional con operadores autoadjuntos.
2. Grupos unitarios uniparamétricos. Teorema de von Neumann. Teorema de Stone. Conmutación y medidas espectrales. Cálculo funcional multivariante con operadores autoadjuntos.
3. Relaciones de conmutación canónicas. Teorema de Stone - von Neumann.

Actividades a desarrollar:

1. Actualizar los conocimientos adquiridos en las materias del grado relacionadas con el trabajo. Subsanan las eventuales deficiencias.
2. Examinar los textos citados en la bibliografía. Profundizar en aquellos aspectos que sean relevantes para el trabajo. Buscar otras fuentes bibliográficas significativas, si fuere pertinente.
3. Seleccionar los temas específicos que se tratarán de manera exhaustiva en el trabajo. Seleccionar los temas que se presentarán de manera meramente divulgativa, si los hubiere.

Objetivos planteados

1. Estudiar las propiedades fundamentales del cálculo funcional.
2. Estudiar las propiedades fundamentales de los grupos unitarios uniparamétricos.
3. Teorema de Stone - von Neumann.

Bibliografía

- [1] J. Blank, P. Exner, M. Havlicek, *Hilbert space operators in quantum physics*. Theoretical and Mathematical Physics. Springer, New York; AIP Press, New York, 2008.
- [2] J. B. Conway, *A course in functional analysis*. Graduate Texts in Mathematics, 96. Springer-Verlag, New York, 1990.
- [3] B. C. Hall, *Quantum theory for mathematicians*. Graduate Texts in Mathematics, 267. Springer, New York, 2013.
- [4] R. V. Kadison, J. R. Ringrose, *Fundamentals of the theory of operator algebras. I, II*. Pure and Applied Mathematics, 100. Academic Press, Inc., New York, 1983.
- [5] V. Moretti, *Spectral theory and quantum mechanics. Mathematical foundations of quantum theories, symmetries and introduction to the algebraic formulation*. Unitext, 110. La Matematica per il 3+2. Springer, Cham, 2017.
- [6] J. von Neumann, *Mathematical foundations of quantum mechanics*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 2018.
- [7] M. Reed, B. Simon, *Methods of modern mathematical physics. I. Functional analysis*. Academic Press, Inc., New York, 1980.
- [8] M. Takesaki, *Theory of operator algebras. I*. Encyclopaedia of Mathematical Sciences, 124. Operator Algebras and Non-commutative Geometry. Springer-Verlag, Berlin, 2002.

MORENO
SANCHEZ ADRIAN
- 779805725

Firmado digitalmente
por MORENO SANCHEZ
ADRIAN - 779805725
Fecha: 2022.04.28
15:33:17 +02'00'

Firma del estudiante
(sólo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de tutorización

En Granada, a 27 de abril de 2022.