



**Propuesta de Trabajo Fin de Grado del Doble Grado en Física y Matemáticas  
(curso 2022–23)**

*Responsable de tutorización:* Armando R. Villena Muñoz

*Correo electrónico:* avillena@ugr.es

*Departamento:* Análisis Matemático

*Área de conocimiento:* Análisis Matemático

*Responsable de cotutorización:*

*Correo electrónico:*

*Departamento:*

*Área de conocimiento:*

*(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante):*

*Estudiante que propone el trabajo:* Liang Liang Yang

*Título:* Operadores de clase traza y su aplicación en mecánica cuántica

*Número de créditos:*  6 ECTS  12 ECTS

*Tipología del trabajo (marcar las casillas que correspondan):*

- 1. Revisiones y/o trabajos bibliográficos sobre el estado actual de aspectos específicos relacionados con la titulación
- 2. Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática de la titulación, a partir de material disponible en los centros
- 3. Trabajos experimentales, de toma de datos de campo, de laboratorio, etc.
- 4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio
- 5. Elaboración de un informe o un proyecto en el ámbito del grado de naturaleza profesional
- 6. Trabajos relacionados con las prácticas externas

*Descripción y resumen de contenidos:*

El ideal de operadores sobre un espacio de Hilbert conocido como la clase traza constituye un objeto fundamental por ser un ejemplo básico de la teoría de integración no conmutativa y por ser un instrumento básico para formalizar adecuadamente diversos aspectos de la mecánica cuántica, como son los estados y las medidas de probabilidad. Este trabajo se vertebrará en torno a los siguientes temas específicos.

1. Teoría espectral de operadores en un espacio de Hilbert: operadores compactos, operadores autoadjuntos (acotados o no).
2. La noción de traza. Operadores de clase traza. La noción general de estado.
3. Topologías de operadores: topología fuerte, topología débil, topología ultradébil.
4. Manifestación de los estados como medidas cuánticas de probabilidad. Teorema de Gleason.

*Actividades a desarrollar:*

1. Actualizar los conocimientos adquiridos en las materias del grado relacionadas con el trabajo. Subsanan las eventuales deficiencias.
2. Examinar los textos citados en la bibliografía. Profundizar en aquellos aspectos que sean relevantes para el trabajo. Buscar otras fuentes bibliográficas significativas, si fuere pertinente.
3. Seleccionar los temas específicos que se tratarán de manera exhaustiva en el trabajo. Seleccionar los temas que se presentarán de manera meramente divulgativa, si los hubiere.

*Objetivos planteados*

1. Estudiar las propiedades fundamentales de los operadores traza y del espacio de los operadores traza.
2. Describir la relación entre operadores traza, estados de un sistema cuántico y medidas cuánticas de probabilidad.

*Bibliografía*

- [1] J. B. Conway, *A course in functional analysis*. Graduate Texts in Mathematics, 96. Springer-Verlag, New York, 1990.
- [2] A. Dvurecenskij, *Gleason's theorem and its applications*. Kluwer Academic Publishers, Bratislava, 1993.
- [3] B. C. Hall, *Quantum theory for mathematicians*. Graduate Texts in Mathematics, 267. Springer, New York, 2013.
- [4] R. V. Kadison, J. R. Ringrose, *Fundamentals of the theory of operator algebras. I, II*. Pure and Applied Mathematics, 100. Academic Press, Inc., New York, 1983.
- [5] V. Moretti, *Spectral theory and quantum mechanics. Mathematical foundations of quantum theories, symmetries and introduction to the algebraic formulation*. Unitext, 110. La Matematica per il 3+2. Springer, Cham, 2017.
- [6] J. von Neumann, *Mathematical foundations of quantum mechanics*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 2018.
- [7] M. Reed, B. Simon, *Methods of modern mathematical physics. I. Functional analysis*. Academic Press, Inc., New York, 1980.
- [8] M. Takesaki, *Theory of operator algebras. I*. Encyclopaedia of Mathematical Sciences, 124. Operator Algebras and Non-commutative Geometry. Springer-Verlag, Berlin, 2002.

*Firma del estudiante*  
*(sólo para trabajos propuestos por estudiantes)*

*Firma del responsable de tutorización*

En Granada, a 28 de abril de 2022.