



**Propuesta de Trabajo Fin de Grado del Doble Grado en Física y Matemáticas  
(curso 2022-2023)**

*Responsable de tutorización:* Antonio Lasanta Becerra

*Correo electrónico:* [alasanta@ugr.es](mailto:alasanta@ugr.es)

*Departamento:* Álgebra

*Área de conocimiento:* Álgebra

*Responsable de cotutorización:* Bert Janssen

*Correo electrónico:* [bjanssen@ugr.es](mailto:bjanssen@ugr.es)

*Departamento:* Física Teórica y del Cosmos

*Área de conocimiento:* Física Teórica

*(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)*

*Estudiante que propone el trabajo:*

*Título:* Grupos de Isometrías en los modelos cosmológicos de Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker

*Número de créditos:*  6 ECTS  12 ECTS

*Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):*

- 1. Revisiones y/o trabajos bibliográficos sobre el estado actual de aspectos específicos relacionados con la titulación
- 2. Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática de la titulación, a partir del material disponible en los centros
- 3. Trabajos experimentales, de toma de datos de campo, de laboratorio, etc.
- 4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio
- 5. Elaboración de un informe o un proyecto en el ámbito del grado de naturaleza profesional
- 6. Trabajos relacionados con las prácticas externas

*Descripción y resumen de contenidos:*

La teoría de la Relatividad General es una de las teorías científicas más sorprendentes y celebradas de la historia. Dada su naturaleza puramente geométrica su comprensión e interpretación requieren de una importante base matemática y física.

Una clase importante de soluciones de las ecuaciones de Einstein son las métricas Friedmann–Robertson–Walker (FRW), que consiste en espaciotiempos con una foliación espacial homogénea e isotropa. Esas propiedades imponen unas simetrías que restringen mucho las posibles formas de la métrica.

En la geometría diferencial, las simetrías de la métrica de una variedad están descritas por los vectores de Killing, cuyos conmutadores forman el álgebra de simetría de la métrica.

En este TFG, el estudiante se familiarizará con la física de las ecuaciones de Einstein y las soluciones del tipo FRW, pero también con el formalismo de los vectores de Killing en la geometría diferencial y los espacios máximamente simétricos. El alumno derivará algunas de las soluciones cosmológicas emblemáticas y calculará los grupos de simetría de estas métricas a través del los corchetes de Lie de los vectores de Killing.

*Actividades a desarrollar:*

El estudiante realizará un estudio bibliográfico sobre los posibles modelos cosmológicos del tipo FRW.

El estudiante aprenderá el formalismo de los vectores de Killing y su relación con las isometrías de la métrica.

El estudiante calculará la forma explícita de los vectores de Killing de algunas métricas de FRW y deducirá el grupo de simetría a base del álgebra que forman los vectores de Killing.

*Objetivos planteados*

1.- Obtención de soluciones cosmológicas de las ecuaciones de Einstein

2.- Familiarización del formalismo de vectores de Killing y grupos de isometría

3.- Cálculo explícito de los vectores de Killings y el correspondiente álgebra de simetría de algunas soluciones emblemáticas

***Bibliografía***

- B. Janssen. *Gravitación y geometría. Una introducción moderna a la Teoría de la Relatividad General*, Editorial Universidad de Granada, 2022.
- B. O'Neill, *Semi-Riemannian Geometry with applications to Relativity*, Academic Press 1983.
- C. Misner. K. Thorn and J. Wheeler, *Gravitation*, W.H. Freeman & Co, 1970.
- R.K. Sachs and H. Wu, *General Relativity for mathematicians*, Springer Verlag, 1977.
- Peter G. Bergmann and Arthur Komar. *The coordinate group symmetries in General Relativity*, International Journal of Theoretical Physics, 5, 1, 1972.
- C. Blohmann, M. Fernandes, and A. Weinstein. *Groupoid symmetry and constraints in general relativity*, Communications in Contemporary Mathematics, 15, 03 2010.

Firma del estudiante

(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de tutorización

(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de cotutorización (*en su caso*)

(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En Ceuta, a 17 de Mayo de 2022