



Propuesta de Trabajo Fin de Grado del Doble Grado en Física y Matemáticas (curso 2022-2023)

Responsable de tutorización: Margarita Arias López

Correo electrónico: marias@ugr.es

Departamento: Matemática Aplicada

Área de conocimiento: Matemática Aplicada

Responsable de cotutorización:

Correo electrónico:

Departamento:

Área de conocimiento:

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)

Estudiante que propone el trabajo: Dolores Esteve Díaz

Título: Velocidad de propagación en ecuaciones de reacción-difusión

Número de créditos: 12 ECTS

Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):

- X. Revisiones y/o trabajos bibliográficos sobre el estado actual de aspectos específicos relacionados con la titulación
- 2. Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática de la titulación, a partir del material disponible en los centros
- 3. Trabajos experimentales, de toma de datos de campo, de laboratorio, etc.
- 4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio
- 5. Elaboración de un informe o un proyecto en el ámbito del grado de naturaleza profesional
- 6. Trabajos relacionados con las prácticas externas

Descripción y resumen de contenidos:

Robert Luther, en una conferencia impartida en la Reunión Principal de la Deutsche Bunsengesellschaft für Angewandte Physikalische Chemie celebrada en Dresden en el año 1906, afirmó que la velocidad de propagación de una onda química es $2\sqrt{dk}$, donde d es el coeficiente de difusión y k una constante que depende de la concentración, [L]. Pese a que Luther dijese en su momento que este hecho “es una consecuencia simple de la ecuación diferencial correspondiente”, fueron necesarios casi 30 años para que, de forma independiente, Fisher, [F], y Kolmogorov, Petroski y Piskunof, [KPP], lograsen dar sentido a esta afirmación en el caso concreto de la conocida como ecuación de Fisher-KPP.

El objetivo de este trabajo es mostrar la relación entre la velocidad de propagación y la velocidad mínima a la que se mueven las ondas viajeras en este tipo de ecuaciones de reacción-difusión.

Actividades a desarrollar:

Tras presentar la extensión a la ecuación de Fisher-KPP de algunos resultados sobre el problema de Cauchy para la ecuación del calor en una recta con dato inicial acotado y demostrar el conocido como “trigger effect”, se realizará un pequeño repaso a los resultados sobre ondas viajeras vistos en la asignatura de Modelos Matemáticos II del grado, en particular, los relacionados con la velocidad mínima de movimiento de las ondas viajeras.

Se estudiará el papel que desempeña el perfil que se mueve a esta velocidad mínima con respecto a la velocidad de propagación de las soluciones con dato inicial compacto y se estudiará el comportamiento de estas soluciones a largo plazo. Se presentará una explicación del conocido resultado de Bramson sobre el retraso logarítmico de la posición de las soluciones con respecto a la posición del perfil de onda que se mueve a la velocidad mínima.

Objetivos planteados

1. Demostrar el “trigger effect” que se produce en la ecuación de Fisher-KPP.
2. Recopilar algunos resultados conocidos sobre ondas viajeras, en particular los relativos a velocidad mínima de propagación.
3. Estudiar el papel que desempeñan las ondas viajeras respecto a la velocidad de propagación de las soluciones de la ecuación con dato inicial de soporte compacto.
4. Explicar el retraso logarítmico de la posición de las soluciones con respecto a la posición del perfil de onda que se mueve a la velocidad mínima.

Bibliografía

- [F] R.A. Fisher, The advance of advantageous genes, *Ann. Eugenics* 7 (1937), 335–369.
- [HNR] F. Hamel, J. Nolen, J.M. Roquejoffre, L. Ryzhik, A short proof of the logarithmic Bramson correction in Fisher-KPP equations. (Preprint)
- [KPP] A. Kolmogoroff, I. Petrosky, N. Piscounoff, Études de l’équation avec croissance de la quantité de matière et son application à un problème biologique, *Moscow Univ. Bull. Math.*, 1, (1937), 1–25.
- [L] R.L. Luther, Räumliche Fortpflanzung Chemischer Reaktiven, *Z.für Elektrochemie und angew. Physikalische Chemie*, 12 (1906), 506–600.
- [ST] K. Showalter, J. J. Tyson, Luther’s 1906 discovery and analysis of chemical waves, *J. Chem. Educ.* 1987, 64, 9, 742
- [U] K. Uchiyama, The behavior of solutions of some non-linear diffusion equations for large time, *J. Math. Kyoto Univ.*, 18-3 (1978), 453-508.

Firma del estudiante
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de tutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En Granada, a 10 de mayo de 2022

