Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2021–2022)

Responsable de tutorización: Antonio Jesús Ureña Alcázar
Departamento: Matemática Aplicada
Correo electrónico: ajurena@ugr.es

Responsable de cotutorización:
Departamento:
Correo electrónico:

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante):
Estudiante que propone el trabajo:

Título del trabajo: Índices de ceros de campos vectoriales y el teorema de Poincaré-Hopf

Tipología del trabajo (marcar una de las siguientes casillas):

■ *Complemento de profundización*
☐ *Divulgación de las Matemáticas*
☐ *Docencia e innovación*
☐ *Herramientas informáticas*
☐ *Iniciación a la investigación*

Materias del grado relacionadas con el trabajo:

Descripción y resumen de contenidos:

El índice de un cero aislado de un campo vectorial en una variedad puede considerarse como un concepto analítico, mientras que la característica de Euler de una variedad compacta es una noción puramente topológica. El teorema de Poincaré-Hopf, probado por Henri Poincaré para superficies y extendido por Heinz Hopf a dimensiones superiores, establece una relación importante entre estas dos áreas, aparentemente disconexas, de las matemáticas.

Para la realización de este trabajo se recomienda haber cursado las asignaturas Análisis Matemático I y II, Curvas y Superficies, Topología I y II, Ecuaciones Diferenciales I y II, Análisis Vectorial y Variedades Diferenciables.

Actividades a desarrollar: Se comenzará definiendo el índice de un cero no degenerado de un campo vectorial de manera analítica y estudiando sus propiedades. Se construirá y se probarán las propiedades básicas de la homología simplicial; esto permitirá definir la característica de Euler de una variedad compacta y a definir el grado de aplicaciones entre esferas. El siguiente paso será el demostrar el teorema de Poincaré-Hopf, para lo cual se usarán herramientas tales como el teorema de Stokes o el teorema del entorno tubular. Se finalizará estudiando algunas aplicaciones clásicas de este resultado, tales como el teorema de la bola peluda.

Objetivos matemáticos planteados
Índice de ceros no degenerados
Introducción a la homología simplicial
Grado de aplicaciones entre esferas
Característica de Euler. Subdivisión baricéntrica
Demostración del teorema de Poincaré-Hopf
Aplicaciones

Bibliografía

[1] W. Boothby, *An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry*, Academic Press 2002.

[2] G.E. Bredon, *Topology and Geometry*, Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, New-York, 1993.

[3] M.W. Hirsch, *Differential Topology*, Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, New-York, Heidelberg Berlin, 1976.

[4] J. Milnor, *Topology from the Differentiable Viewpoint*, The University Press of Virginia, Charlottesville, 1965.

[5] J.R. Munkres, *Elements of Algebraic Topology*, CRC Press, 2018.

Firma del estudiante
(sólo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de tutorización
(sólo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de cotutorización
(sólo para trabajos propuestos por estudiantes)

En Granada, a 3 de mayo de 2021.