



Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2021-2022)

Responsable de tutorización: Manuel César Rosales Lombardo

Departamento: Geometría y Topología

Correo electrónico: crosales@ugr.es

Responsable de cotutorización:

Departamento:

Correo electrónico:

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)

Estudiante que propone el trabajo: David García Fernández

Título del trabajo: Homología singular y aplicaciones

Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):

- Complementario de profundización
- Divulgación de las Matemáticas
- Docencia e innovación
- Herramientas informáticas
- Iniciación a la investigación

Materias del grado relacionadas con el trabajo: Álgebra I y II, Geometría III, Topología I y II.

Descripción y resumen de contenidos:

Descripción

En esta propuesta de TFG se pretende que el alumno amplíe los conocimientos de Topología Algebraica adquiridos en la asignatura Topología II. Utilizaremos herramientas de Álgebra, Topología y Geometría afín para estudiar los grupos de homología singular de un espacio topológico. Tras introducir estos grupos y probar su invarianza topológica y homotópica, obtendremos una herramienta de cálculo fundamental: la sucesión de Mayer-Vietoris, que usaremos para calcular la homología de las esferas. Finalmente, emplearemos los cálculos obtenidos para demostrar resultados clásicos de Topología Algebraica como la no contractibilidad de las esferas, la inexistencia de homeomorfismos entre espacios euclídeos de diferente dimension y el teorema del punto fijo de Brouwer, entre otros.

Resumen de contenidos

Preliminares de álgebra homológica. Grupos de homología de un espacio topológico. Propiedades functoriales. Invarianza topológica y homotópica. Primeros cálculos: homología de un punto, grupos de homología de orden cero, relación entre el primer grupo de homología y el grupo fundamental. Sucesión de Mayer-Vietoris. Homología de las esferas. Algunos teoremas clásicos de Topología Algebraica.

Actividades a desarrollar:

1. Los resultados teóricos se conseguirán mediante la consulta de la bibliografía proporcionada y el asesoramiento del tutor. Para considerar que el trabajo se ha completado se deberán conseguir las demostraciones de todos los objetivos, salvo la prueba completa de la sucesión de Mayer-Vietoris.
2. La parte teórica vendrá complementada con una parte práctica en la que se plantearán al alumno ejercicios y cuestiones relacionadas con los contenidos teóricos.
3. La memoria resultante se redactará en un editor de LaTeX.

Objetivos matemáticos planteados

Preliminares: topología algebraica y álgebra homológica

Homología singular. Invarianza topológica y homotópica

Homología de un punto. Grupos de homología de órdenes 0 y 1

Sucesión de Mayer-Vietoris

Homología de la esferas y prueba de resultados clásicos

Bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta:

Glen E. Bredon, “*Geometry and Topology*”, Graduate Texts in Mathematics 139, Springer-Verlag, 1993.

John M. Lee, “*Introduction to topological manifolds*”, Graduate Texts in Mathematics 202, second edition, Springer New York, 2011.

William S. Massey, “*Algebraic topology: an introduction*”, Graduate Texts in Mathematics 56, Springer-Verlag, 1990.

James R. Munkres, “*Topología*”, 2ª edición, Prentice Hall, 2002

Firma del estudiante

(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de tutorización

(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En, Granada, a 26 de abril de 2021