



Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2021-2022)

Responsable de tutorización: M. Magdalena Rodríguez Pérez
Departamento: Geometría y Topología
Correo electrónico: magdarp@ugr.es

Responsable de cotutorización:

Departamento:

Correo electrónico:

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)
Estudiante que propone el trabajo: Carlos Marañés Sánchez

Título del trabajo: Grafos que minimizan el área

Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):

- Complementario de profundización
- Divulgación de las Matemáticas
- Docencia e innovación
- Herramientas informáticas
- Iniciación a la investigación

Materias del grado relacionadas con el trabajo: Curvas y Superficies, Ecuaciones Diferenciales II, Modelos Matemáticos II, Geometría Global de Curvas y Superficies, Ecuaciones en Derivadas Parciales, Variable Compleja II

Descripción y resumen de contenidos:

Comenzaremos con una breve introducción de la teoría de superficies mínimas en el espacio euclídeo. A continuación deduciremos la ecuación de los grafos mínimos y estudiaremos el principio del máximo para los mismos. Finalmente, estudiaremos el problema de Dirichlet para la ecuación de grafos mínimos y veremos qué condiciones se deben cumplir para poder tomar valores frontera infinito.

Actividades a desarrollar:

Comenzaremos con una breve introducción a la teoría de las superficies mínimas, deduciendo la ecuación que debe cumplir un grafo para que sea punto crítico del funcional área siguiendo métodos variacionales. Continuaremos estudiando el principio del máximo primero para operadores lineales elípticos y posteriormente para operadores cuasilineales elípticos, que aplicaremos a nuestro caso. Dando por probado el Teorema de Douglas sobre la existencia de solución al problema de Plateau en el espacio euclídeo, probaremos el Teorema de Radó sobre la existencia y unicidad de solución para el problema de Dirichlet para la ecuación de grafos mínimos con valores frontera continuos sobre dominios convexos. Finalmente estudiaremos propiedades de sucesiones de grafos mínimos probando el Teorema de Nitsche, que resuelve el problema de Dirichlet con una cantidad finita de discontinuidades, y veremos que también podemos obtener grafos mínimos con valores frontera no acotados.

<i>Objetivos matemáticos planteados</i>
<i>Deducción de la ecuación de grafos mínimos</i>
<i>Estudio del principio del máximo para operadores lineales y cuasilineales elípticos</i>
<i>Teorema de Radó</i>
<i>Límites de grafos mínimos y Teorema de Nitsche</i>

Bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta:

- [1] F. Martín y J. Pérez, *Superficies mínimas y de curvatura media constante en R^3* ,
<https://wpd.ugr.es/~jperez/wordpress/wp-content/uploads/todo-2.pdf>
- [2] R. Osserman, *A survey of minimal surfaces*. Dover Publications, Inc. New York (1986).
- [3] J. Pérez, *Minimal and constant mean curvature surfaces*,
<https://wpd.ugr.es/~jperez/wordpress/wp-content/uploads/todoeng.pdf>

Otras referencias (si procede):

- [4] H. Jenkins y J. Serrin, *Variational problems of minimal surface type. II. Boundary value problems for the minimal surface equation*. Arch. Rational Mech. Anal. 21, 321–342 (1966).
- [5] L. Mazet, M. Rodríguez y H. Rosenberg, *The Dirichlet problem for the minimal surface equation -with possible infinite boundary data- over domains in a Riemannian surface*, Proc. London Math. Soc., 102 (3): 985-1023 (2011).

Carlos Marañón Sánchez

Firma del estudiante
(solo para trabajos propuestos por alumnos)

Firma del responsable de tutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de cotutorización
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En, Granada, a 12 de mayo de 2021