



## Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2021-2022)

*Tutor/a:* Antonio Moreno Galindo

*Departamento:* Análisis Matemático

*Área de conocimiento:* Análisis Matemático

*Cotutor/a:* Miguel Cabrera García

*Departamento:* Análisis Matemático

*Área de conocimiento:* Análisis Matemático

**Título del trabajo: Series de Dirichlet. Función Zeta de Riemann.**

*Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):*

- Complementario de profundización  
Divulgación de las Matemáticas  
Docencia e innovación  
Herramientas informáticas
- Iniciación a la investigación

*Materias del grado relacionadas con el trabajo:*

Análisis Matemático II (básica), Variable Compleja I (básica), Variable Compleja II (optativa), Teoría analítica de números.

*Descripción y resumen de contenidos:*

El objetivo del trabajo es el estudio de las llamadas series de Dirichlet, y en especial de la más conocida, la función zeta de Riemann. La importancia de esta función comienza con la igualdad demostrada por Euler entre la función zeta de Riemann y un producto infinito indexado en los números primos. Por otro lado, la función zeta de Riemann está estrechamente relacionada con la distribución de los números primos.

*Actividades a desarrollar:* Realizar un estudio de:

- 1.- Series de Dirichlet (definición, convergencia y convergencia absoluta, analiticidad).
- 2.- Productos de series de Dirichlet.
- 3.- Productos de Euler.
- 4.- Logaritmos de series de Dirichlet.
- 5.- La función zeta de Riemann (su relación con los números primos, definición y prolongación a una función meromorfa en el plano complejo con un único polo en 1, ecuación funcional, sobre los ceros de dicha función, hipótesis de Riemann).

### *Objetivos matemáticos planteados*

<i>Objetivo</i>	<i>Nivel de dificultad (bajo, medio o alto)</i>
Series de Dirichlet	Medio
Producto de series de Dirichlet	Medio
Productos de Euler	Medio

Logaritmos de series de Dirichlet	Medio
La función zeta de Riemann	Medio

*Bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta:*

- C. Ivorra, Funciones de Variable Compleja con aplicaciones a la Teoría de Números. <https://www.uv.es/ivorra/Libros/Varcom.pdf>.
- H. M. Edwards, Riemann's zeta function. Dover Publications, Inc. 1974.
- S. J. Patterson, An introduction to the theory of the Riemann zeta-function. Cambridge studies in advanced Mathematics 14, 1988.

La siguiente bibliografía general sobre Teoría de números se encuentra en el departamento:

- T. M. Apostol. *Introducción a la Teoría Analítica de Números*. Editorial Reverté (2002). (Disponible en la Biblioteca del Departamento de Análisis Matemático).
- A. Baker. *Breve introducción a la Teoría Analítica de Números*. Alianza Editorial (1986).
- T. M. Apostol. *Modular functions and Dirichlet series in Number Theory*. Springer (1976). (Disponible en la Biblioteca del Departamento de Análisis Matemático).
- D. J. Newman. *Analytic Number Theory*. Springer (2000). (Disponible en la Biblioteca del Departamento de Análisis Matemático)
- E. Aparicio. *Teoría de los Números*. Servicio Editorial Universidad del País Vasco (1993). (Disponible en la Biblioteca del Departamento de Análisis Matemático)
- H. Davenport. *Multiplicative Number Theory*. Springer (2000). (Disponible en la Biblioteca del Departamento de Análisis Matemático)
- W. Narkiewicz. *The Development of Prime Number Theory*. Springer (2000). (Disponible en la Biblioteca del Departamento de Análisis Matemático)

En Granada, a 26 de abril de 2021