



## Propuesta de Trabajo Fin de Grado del Doble Grado en Física y Matemáticas (curso 2021-22)

*Responsable de tutorización:* Pedro José Torres Villarroya

*Correo electrónico:* ptorres@ugr.es

*Departamento:* Matemática Aplicada

*Área de conocimiento:* Matemática Aplicada

*Responsable de cotutorización:* M. Rosario González Férez

*Correo electrónico:* rogonzal@ugr.es

*Departamento:* Física Atómica, Molecular y Nuclear

*Área de conocimiento:* Física Atómica, Molecular y Nuclear

*(Rellenar solo en caso de que la propuesta sea de un estudiante):*

*Estudiante que propone el trabajo:*

*Título:* Condensado Bose-Einstein: Aspectos Físicos y Matemáticos

*Número de créditos:*  6 ECTS  12 ECTS

*Tipología del trabajo (marcar las casillas que correspondan):*

1. Revisiones y/o trabajos bibliográficos sobre el estado actual de aspectos específicos relacionados con la titulación

2. Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática de la titulación, a partir de material disponible en los centros

3. Trabajos experimentales, de toma de datos de campo, de laboratorio, etc.

4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio

5. Elaboración de un informe o un proyecto en el ámbito del grado de naturaleza profesional

6. Trabajos relacionados con las prácticas externas

*Descripción y resumen de contenidos:*

El condensado Bose-Einstein es el estado de agregación de la materia que ocurre a temperaturas muy frías, cercanas al cero absoluto [2]. Se trata de un fenómeno cuántico sin analogía en física clásica. En el condensado de Bose-Einstein los bosones ocupan el estado cuántico más bajo en energía, de forma que los efectos cuánticos se manifiestan a escala macroscópica. Se trata del quinto estado de la materia, más allá de los cuatro que disfrutamos: sólido, líquido, gaseoso y plasma. La predicción teórica de su existencia la hizo en 1925 A. Einstein a partir del estudio del comportamiento de fotones a bajas energías de S. N. Bose [3, 4]. Los primeros condensados de Bose-Einstein fueron realizados en 1995 por E. Cornell y C. Wieman usando el átomo de rubidio, y por W. Ketterle usando el sodio, por lo que recibieron el Premio Nobel de Física en 2001.

La ecuación de Gross-Pitaevski, o ecuación de Schrödinger con no-linealidad cúbica, proporciona un modelo matemático ampliamente aceptado para la descripción de la función de onda de un condensado de Bose-Einstein. Esta ecuación utiliza la aproximación de Hartree-Fock para describir un sistema cuántico formado por bosones idénticos que interactúan por un pseudopotencial. El término lineal modela la trampa magnética externa mientras que el término cúbico representa la interacción de las partículas. Los coeficientes pueden ser variables en tiempo y/o espacio.

*Actividades a desarrollar:*

En este Trabajo Fin de Grado se llevará a cabo un estudio del condensado de Bose-Einstein analizando tanto aspectos físicos como matemáticos. En primer lugar, se realizará un análisis de este fenómeno físico, analizando sus propiedades, las condiciones necesarias para su existencia, y los requisitos experimentales para crearlo y observarlo en un laboratorio. A continuación, se investigará el modelo matemático que describe este fenómeno, derivando la ecuación de Gross-Pitaevskii. Hay una gran variedad de soluciones con significado físico, en particular bright, dark solitons, travelling waves etc. En el caso más sencillo de una dimensión se pueden estudiar muchas de ellas mediante separación de variables y análisis de plano de fases. Los casos de dimensión dos y tres son más complejos y requieren un tratamiento analítico y/o numérico más sofisticado. Se pretende hacer una introducción a algunas de estas técnicas, incluyendo transformaciones de autosimilaridad y simetrías de Lie.

*Objetivos planteados*

*Objetivo 1* Descripción del modelo físico y matemático.

*Objetivo 2* Derivación de la ecuación de Gross-Pitaevskii.

*Objetivo 3* Estudio del caso analítico.

*Objetivo 4* Resolución numérica de la ecuación de Gross-Pitaevskii.

*Objetivo 5* Interpretación física de los resultados

***Bibliografía***

- [1] L. PITAEVSKII & S. STRINGARI, *Bose-Einstein Condensation*, (Clarendon Press, Oxford, 2003).
- [2] C. J. PETHICK & H. SMITH, *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases*, (Cambridge University Press, Cambridge UK, 2008).
- [3] A. EINSTEIN, *Quantentheorie des einatomigen idealen Gases*, Sitzber. Preuss. Akad. Wiss. **23** (1925), 3.
- [4] BOSE, *Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese*, Z. Physik **26** (1924), 178-181.
- [5] E. A. CORNELL & C. E. WIEMAN, *Nobel lecture: Bose-Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments*, Rev. Mod. Phys. **74** (2002), 875-893.
- [6] W. KETTERLE, *Nobel lecture: when atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and the atom laser*, Rev. Mod. Phys. **74** (2002), 1131-1151.
- [7] Y. CASTIN, *Bose-Einstein condensates in atomic gases: simple theoretical results*, in Lecture Notes of Les Houches Summer School, vol. VII C, (EDP Sciences and Springer-Verlag, 2001), pp. 1-136.

*(Firmar solo en caso de trabajos propuestos por estudiantes)*

*Firma del estudiante*

*Firma del responsable de tutorización*

*Firma del responsable de cotutorización*

En Granada, a 18 de mayo de 2021.