



Propuesta de Trabajo Fin de Grado del Doble Grado en Física y Matemáticas
(curso 2021-2022)

Responsable de tutorización: Miguel Sánchez Caja

Departamento: Geometría y Topología

Área de conocimiento: Geometría Diferencial

Responsable de cotutorización:

Departamento:

Área de conocimiento:

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)

Estudiante que propone el trabajo: *Miguel Prados Abad* MIGUEL PRADOS ABAO

Título: Los grupos de Lorentz y Möbius en el cielo de las noches estrelladas

Número de créditos: 6 ECTS 12 ECTS

Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):

- 1. Revisiones y/o trabajos bibliográficos sobre el estado actual de aspectos específicos relacionados con la titulación
- 2. Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática de la titulación, a partir del material disponible en los centros
- 3. Trabajos experimentales, de toma de datos de campo, de laboratorio, etc.
- 4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio
- 5. Elaboración de un informe o un proyecto en el ámbito del grado de naturaleza profesional
- 6. Trabajos relacionados con las prácticas externas

Descripción y resumen de contenidos:

La teoría de grupos de Lie constituye una rama sustancial de la Geometría y el Álgebra, que se aplica regularmente en Física. No obstante, los conocimientos impartidos sobre esta teoría en el doble grado son limitados.

El presente trabajo se centrará en el grupo de Lorentz, que se usa sistemáticamente en Física, y su relación con los grupos de Möbius y $SL(2, \mathbb{C})$. A lo largo de él se estudiarán con rigor los elementos necesarios para desarrollar sus propiedades geométricas, incluyendo la teoría de grupos de Lie.

Se concluirá con una interpretación física sorprendente (apuntada por el reciente Premio Nobel R. Penrose), que relaciona las transformaciones conformes de la bóveda celeste con las transformaciones de Lorentz entre dos observadores, las cuales quedan determinadas al medir las direcciones de los rayos de luz provenientes de las estrellas.

Actividades a desarrollar:

1. Estudio de complementos de grupos de Lie.
2. Estudio comparativo de los grupos de Lorentz, Möbius y $SL(2,C)$.
3. Determinación de la aplicación espinorial y sus interpretaciones clásicas y relativistas.
4. Estudio de la correspondencia de Penrose.

Objetivos planteados

1. Descripción de la teoría de grupos de Lie focalizada en el grupo de Lorentz
2. Desarrollo preciso de la aplicación recubridora espinorial de $SL(2,C)$ y $SU(2)$ sobre el grupo especial de Lorentz y el grupo de rotaciones, respectivamente.
3. Exposición de ejemplos físicos en Mecánica Cuántica y Relatividad
4. Exposición rigurosa de la correspondencia de Penrose y sus interpretaciones físicas.

Bibliografía

D. Bleecker: *Gauge theory and variational principles*. Vol. 1 of Global Analysis Pure and Applied Series A, Addison-Wesley Publishing Co., Reading, Mass., 1981.

R. Howe: Very Basic Lie Theory. *American Mathematical Monthly*. Volume 90, 1983.

M.A. Javaloyes, M. Sánchez: *An Introduction to Lorentzian Geometry and its Applications*, Sao Carlos: Rima 2010, ISBN: 978-85-7656-180-4.

R. Penrose, W. Rindler: *Spinors and space-time*. Vol. 1, Cambridge Monographs on Mathematical Physics, Cambridge University Press, Cambridge, 1984.

Firma del estudiante
(solo para trabajos propuestos por alumnos)

Firma del responsable de tutorización
Miguel Sánchez Caja

En Granada, a 12 de mayo de 2021