



**Propuesta de Trabajo Fin de Grado del Doble Grado en Física y Matemáticas  
(curso 2021-2022)**

*Responsable de tutorización:* Juan Antonio López Villanueva  
*Correo electrónico:* jalopez@ugr.es  
*Departamento:* Electrónica y Tecnología de Computadores  
*Área de conocimiento:* Tecnología Electrónica

*Responsable de cotutorización:*  
*Correo electrónico:*  
*Departamento:*  
*Área de conocimiento:*

*(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)*  
*Estudiante que propone el trabajo:*

*Título:* Análisis del comportamiento de baterías y condensadores en los dominios temporal y frecuencial mediante cálculo fraccional  
*Número de créditos:* 6 ECTS 12 ECTS

*Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):*

1. Revisiones y/o trabajos bibliográficos sobre el estado actual de aspectos específicos relacionados con la titulación  
2. Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática de la titulación, a partir del material disponible en los centros  
3. Trabajos experimentales, de toma de datos de campo, de laboratorio, etc.  
4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio  
5. Elaboración de un informe o un proyecto en el ámbito del grado de naturaleza profesional  
6. Trabajos relacionados con las prácticas externas

*Descripción y resumen de contenidos:*

Los dispositivos electroquímicos para el almacenamiento de energía, principalmente baterías y supercondensadores, desempeñan un papel crucial en aplicaciones de energías renovables y del vehículo eléctrico. Para la optimización de los sistemas que utilizan estos dispositivos, es imprescindible disponer de modelos apropiados.

Una técnica ampliamente utilizada en la caracterización de baterías y supercondensadores es la Espectroscopía de Impedancia Electroquímica, que consiste en medir la parte real e imaginaria de la impedancia a diferentes frecuencias. Esta impedancia permite extraer importantes conclusiones sobre la operación de baterías y supercondensadores y sus dependencias con el estado de carga y de la temperatura. También permite evaluar la degradación de estos dispositivos a lo largo de su vida útil. Cuando se intenta representar esta impedancia mediante circuitos equivalentes se observa la necesidad de incluir elementos de fase constante, en los cuales la impedancia depende de potencias de la frecuencia con exponentes fraccionales (no enteros) [1]. Se han propuesto, por tanto, modelos para la representación de las baterías y los supercondensadores basados en cálculo fraccional.

Por otra parte, se suelen caracterizar las baterías mediante la aplicación de perfiles de carga y descarga a corriente constante, estudiando la evolución temporal de la tensión eléctrica medida entre sus terminales. En los sistemas de gestión de baterías se suelen modelar estos transitorios de tensión utilizando circuitos equivalentes con redes RC, siendo necesarias múltiples constantes de

tiempo para conseguir una representación exacta. Es muy interesante, por tanto, ser capaz de relacionar los resultados obtenidos en el dominio de la frecuencia con los que se consiguen en el dominio del tiempo [2]. Si los modelos frecuenciales incluyen elementos fraccionales, es necesario por tanto resolver también las ecuaciones diferenciales en el dominio del tiempo mediante los métodos del cálculo fraccional.

El uso de los conceptos y métodos del cálculo fraccional, tanto en el dominio temporal como en el dominio transformado (Fourier y Laplace), y su relación entre ambos, aplicados al caso de los dispositivos de almacenamiento de energía electroquímica, es el objetivo del presente trabajo.

#### *Actividades a desarrollar:*

- Estudio de los fundamentos matemáticos del cálculo fraccional. Diversas definiciones de las derivadas fraccionales y sus consecuencias en la aplicación práctica a los modelos de baterías y supercondensadores.

- Planteamiento de modelos de baterías y supercondensadores incluyendo elementos de fase constante en los dominios de Laplace y Fourier. Obtención de las transformadas inversas de Laplace.

- Planteamiento de ecuaciones diferenciales con derivadas fraccionales para la representación del comportamiento de baterías y supercondensadores. Resolución de estas ecuaciones.

#### *Objetivos planteados*

Análisis del comportamiento de baterías y supercondensadores usando modelos fraccionales y técnicas del cálculo fraccional.

Comparación de los resultados obtenidos en los dominios del tiempo y de la frecuencia. Comparación con los resultados obtenidos con modelos circuitales que usan elementos no fraccionales. Evaluación del orden necesario en los circuitos para conseguir resultados similares.

Propuesta de modelos fraccionales de baterías y supercondensadores con complejidad computacional apropiada para su uso en sistemas de gestión de baterías que operan en tiempo real.

#### ***Bibliografía***

[1] Yujie Wang, Mince Li, Zonghai Chen. "Experimental study of fractional-order models for lithium-ion battery and ultra-capacitor: Modeling, system identification, and validation", Applied Energy, Volume 278, 115736 (2020). <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2020.115736>.

[2] Kristian Haška, Dušan Zorica, Stevan M. Cvetičanin, "Fractional RLC circuit in transient and steady state regimes, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation", Volume 96, 105670 (2021) <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2020.105670>

Firma del estudiante

(solo para trabajos propuestos por alumnos)

Firma del responsable de tutorización

Firma del responsable de cotutorización (*en su caso*)

En Granada, a 21 de mayo de 2021