



**Propuesta de Trabajo Fin de Grado del Doble Grado en Física y Matemáticas  
(curso 2021-2022)**

*Responsable de tutorización:* **Francisco de Asís Torres Ruiz**  
*Correo electrónico:* **fdeasis@ugr.es**  
*Departamento:* **Estadística e Investigación Operativa**  
*Área de conocimiento:* **Estadística e Investigación Operativa**

*Responsable de cotutorización:*  
*Correo electrónico:*  
*Departamento:*  
*Área de conocimiento:*

*(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)*  
*Estudiante que propone el trabajo:*

*Título:* **Modelización de fenómenos de crecimiento mediante procesos de difusión**  
*Número de créditos:* 6 ECTS 12 ECTS

*Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):*

1. Revisiones y/o trabajos bibliográficos sobre el estado actual de aspectos específicos relacionados con la titulación
2. Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática de la titulación, a partir del material disponible en los centros
3. Trabajos experimentales, de toma de datos de campo, de laboratorio, etc.
4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio
5. Elaboración de un informe o un proyecto en el ámbito del grado de naturaleza profesional
6. Trabajos relacionados con las prácticas externas

*Descripción y resumen de contenidos:*

El crecimiento es una importante característica en muchos campos de aplicación. El estudio de este fenómeno se asoció originariamente con la evolución de poblaciones animales, si bien actualmente se considera en múltiples contextos como Economía, Biología, Ecología, Ciencias Medioambientales,... Por este motivo se han realizado múltiples esfuerzos conducentes a la obtención de modelos que permitan describir este tipo de comportamientos. En este trabajo se propone al alumno una metodología de trabajo encaminada a la modelización de fenómenos de crecimiento mediante procesos de difusión, la cual puede ser extendida a múltiples situaciones de esta naturaleza para abordar aplicaciones prácticas concretas. Se considerará una curva de crecimiento concreta para la aplicación de esta metodología.

*Actividades a desarrollar:*

- Conocer los fundamentos teóricos de los procesos de difusión.
- Estudio de la aleatorización del modelo determinístico asociado a una curva elegida.
- Obtención de la distribución del proceso y de sus principales características.
- Simulación de trayectorias. Inferencia y aplicaciones a datos reales y/o simulados

*Objetivos planteados*

- Conocer mecanismos para modelizar fenómenos de crecimiento a partir de procesos de difusión y saber aplicarlos
- Saber analizar las propiedades probabilísticas de los modelos de difusión construidos
- Aplicar los resultados a obtenidos a ejemplos reales o simulados.

***Bibliografía***

- Barrera-García, A.J., Román-Román, P. y Torres-Ruiz, F. (2018). A hyperbolic type-I diffusion process: Parameter estimation by means of the firefly algorithm. *BioSystems*, 163, 11-22.
- Bhattacharya, R.N. y Waymire, E. C. *Stochastic Processes with Applications*. John Wiley and Sons, 1990.
- Román-Román, P. y Torres-Ruiz, F. (2015). A stochastic model related to the Richards-type growth curve. Estimation by means of simulated annealing and variable neighborhood search. *Applied mathematics and computation*, 266, 579-598.
- Román-Román, P. y Torres-Ruiz, F. (2015). The nonhomogeneous lognormal diffusion process as a general process to model particular types of growth patterns. *Lecture Notes of Seminario Interdisciplinare di Matematica*. Vol 12, 201-219.
- Román Román, P., Serrano Pérez, J.J. y Torres Ruiz, F. (2018). Some notes about inference for the lognormal diffusion process with exogenous factors. *Mathematics*, 6(5), 85.
- Todorovic, P. *An introduction to Stochastic Processes and their Applications*. Springer-Verlag, 1992.
- Torres, F. Apuntes de elaboración propia.

Firma del estudiante  
(solo para trabajos propuestos por alumnos)

Firma del responsable de tutorización

Firma del responsable de cotutorización (*en su caso*)

En Granada, a 21 de mayo de 2021