



Propuesta de Trabajo Fin de Grado del Doble Grado en Física y Matemáticas (curso 2020-2021)

Responsable de tutorización: Juan Soler Vizcaíno

Departamento: Matemática Aplicada

Área de conocimiento: Matemática Aplicada

Responsable de cotutorización: Juan Campos Rodríguez

Departamento: Matemática Aplicada

Área de conocimiento: Matemática Aplicada

(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)

Estudiante que propone el trabajo: Álvaro López Caro

Título: Análisis de Patrones en Ecuaciones en Derivadas Parciales Mediante Métodos Variacionales

Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):

- 1. Revisiones y/o trabajos bibliográficos sobre el estado actual de aspectos específicos relacionados con la titulación
- 2. Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática de la titulación, a partir del material disponible en los centros
- 3. Trabajos experimentales, de toma de datos de campo, de laboratorio, etc.
- 4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio
- 5. Elaboración de un informe o un proyecto en el ámbito del grado de naturaleza profesional
- 6. Trabajos relacionados con las prácticas externas

Descripción y resumen de contenidos:

Los patrones son soluciones especiales de problemas de evolución que preservan su forma en el tiempo. Algunos ejemplos son perfiles de ondas viajeras con soporte compacto o no y/o solitones. Su detección parte de la búsqueda de soluciones que relacionen las variables temporal y espacial del sistema. Este proceso conduce al análisis de ecuaciones diferenciales de segundo orden en las nuevas variables. En la mayoría de los casos, la detección de estas soluciones se fundamenta en el uso de argumentos que provienen de sistemas dinámicos. La idea de este TFG es la de estudiar condiciones que garantizan la existencia de conexiones heteroclinicas entre soluciones de ecuaciones diferenciales escalares no autónomas de segundo orden utilizando un enfoque variacional, como alternativa a las técnicas de sistemas dinámicos. Este tipo de problemas conlleva el aprendizaje de técnicas variacionales, tanto analíticas como numéricas, a la vez que una motivación en problemas fisico-matemáticos con posibles aplicaciones en física, biología y ciencias sociales. La trascendencia física de estas ondas se refleja en la gran cantidad de ambientes diferentes en los que aparecen: redes neuronales, fluidos, óptica no lineal, física atómica, etc. Como un paso extra de dificultad se puede considerar el problema de la heterogeneidad. La velocidad de transporte de estructuras singulares no es en general homogénea en todas las direcciones o partes del dominio en que estos procesos pueden ser analizados.

Actividades a desarrollar:

Estudio del problema unidimensional. Revisión bibliográfica El caso de Fisher-Kolmogorov-Piskunov-Petrowski.

Reducción a un problema de ecuaciones diferenciales de segundo orden. Análisis variacional y simulación numérica de las soluciones.

Estudio de dominios bidimensionales en el que consideramos un proceso de propagación sobre una o varias curvas que difiera de las leyes de propagación en el resto del dominio. Motivación en procesos infecciosos (ya sean de tipo biológico o en relación con la dinámica social). Comparación e intercambio de información con el estudio de ondas de tipo solitón diversas áreas de física, en particular en el estudio de ondas no lineales en modelos de tipo Korteweg-de Vries o KdV es una ecuación en derivadas parciales que incluye efectos de no linealidad y dispersión a la vez para la propagación de ondas de longitud de onda larga en medios dispersivos

Objetivos planteados

Estudio del problema unidimensional. El caso de Fisher-Kolmogorov-Piskunov-Petrovski.

Reducción a un problema de ecuaciones diferenciales de segundo orden.

Análisis variacional y simulación numérica mediante métodos variacionales de las soluciones.

Estudio de dominios bidimensionales en el que sobre una curva del dominio difieren las leyes de propagación en el resto del dominio.

Bibliografía

[1] H. Berestycki, J.-M. Roquejoffre, L Rossi, The shape of expansion induced by a line with fast diffusion in Fisher-KPP equations, *Comm. Math. Phys.* 343 (2016), 207.

[2] D. Bonheure and L. Sanchez, "Heteroclinic Orbits for some Classes of Second and Fourth Order Differential Equations," *Handbook of Differential Equations: Ordinary Differential Equations*, vol. 3, Elsevier 2006.

[3] A. Gavioli, L. Sanchez, Heteroclinics for non-autonomous second-order differential equations. *Differential Integral Equations* 22 (2009), no. 9-10, 999-1018.

Firma del estudiante

(solo para trabajos propuestos por alumnos)

Firma del responsable de tutorización

Firma del responsable de cotutorización (en su caso)

En Granada, a 23 de junio de 2020