



**Propuesta de Trabajo Fin de Grado del Doble Grado en Física y Matemáticas  
(curso 2020-2021)**

*Responsable de tutorización:* Miguel Sánchez Caja

*Departamento:* Geometría y Topología

*Área de conocimiento:* Geometría Diferencial

*Responsable de cotutorización:*

*Departamento:*

*Área de conocimiento:*

*(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)*

*Estudiante que propone el trabajo:*

*Título:* El teorema de Geroch sobre desdoblamiento de espaciotiempos en Relatividad General

*Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):*

- 1. Revisiones y/o trabajos bibliográficos sobre el estado actual de aspectos específicos relacionados con la titulación
- 2. Estudio de casos, teóricos o prácticos, relacionados con la temática de la titulación, a partir del material disponible en los centros
- 3. Trabajos experimentales, de toma de datos de campo, de laboratorio, etc.
- 4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio
- 5. Elaboración de un informe o un proyecto en el ámbito del grado de naturaleza profesional
- 6. Trabajos relacionados con las prácticas externas

*Descripción y resumen de contenidos:*

De entre los teoremas globales en Relatividad General, destaca por su carácter fundamental el de R. Geroch (1970). Este asegura que todo espaciotiempo  $M$  admite un desdoblamiento topológico como un producto  $R \times S$ , bajo condiciones físicamente plausibles de predictabilidad formuladas de un modo geométrico muy general. Físicamente, el desdoblamiento permite entender que, globalmente, el espacio se descompone (de una manera marcadamente no única) en un parte espacial que va evolucionando temporalmente.

Su demostración requiere conocimientos básicos de Geometría Diferencial y Relatividad, que complementan los que se imparten al final del doble grado, así como múltiples elementos de la llamada Teoría de la Causalidad (geometría conforme global lorentziana), que admiten interpretaciones físicas intuitivas simples y permiten introducir ideas sorprendentes. Pese a su antigüedad, la demostración no está recogida en su totalidad en los libros de textos usuales.

En el presente trabajo se estudiará el ambiente geométrico de la Relatividad General, se demostrarán las ideas principales del teorema citado y se pondrá en contexto este resultado.

*Actividades a desarrollar:*

1. Estudio de complementos de Geometría Diferencial y Relatividad.
2. Estudio de la Teoría de la Causalidad.
3. Estudio y desarrollo del Teorema de Geroch
4. Revisión bibliográfica.

### *Objetivos planteados*

1. Descripción de los elementos geométricos globales de la Teoría de la Causalidad
2. Análisis de la llamada “escalera causal” de los espaciotiempos relativistas
3. Enunciado y demostración del Teorema de Geroch
4. Discusión de su interpretación física y resultados relacionados.

### ***Bibliografía***

R. P. Geroch: The domain of dependence, J. Math. Phys. 11 (1970) 437-439.

E. Minguzzi, M. Sánchez: The causal hierarchy of spacetimes. Recent developments in pseudo-Riemannian geometry, ESI Lect. Math. Phys., (Eur. Math. Soc. Publ. House, Zurich, 2008), H. Baum and D. Alekseevsky (eds.) p. 299 -- 358,

O'Neill, Semi-Riemannian Geometry, Academic Press, N.Y. (1983).

R.M. Wald: *General Relativity*. Chicago, IL: The University of Chicago Press (1984).

Firma del estudiante  
(solo para trabajos propuestos por alumnos)

Firma del responsable de tutorización

Firma del responsable de cotutorización (*en su caso*)

En Granada, a 22 de junio de 2020