



UNIVERSIDAD  
DE GRANADA



Facultad de  
Ciencias  
Sección de  
Físicas

## Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Física

|   |                                    |
|---|------------------------------------|
| <b>Tutor/a:</b>                             | Lorenzo Luis Salcedo Moreno        |
| <b>Departamento y Área de Conocimiento:</b> | Física atómica molecular y nuclear |
| <b>Cotutor/a:</b>                           |                                    |
| <b>Departamento y Área de Conocimiento:</b> |                                    |

|  |                               |                                       |   |   |  |
|--|-------------------------------|---------------------------------------|---|---|--|
| <b>Título del Trabajo:</b>   | Problemas de grafos cuánticos |                                       |   |   |  |
| <b>Tipología del Trabajo:</b><br>(Según punto 3 de las Directrices del TFG aprobadas por Comisión Docente el 10/12/14) | ( Marcar con X)               | 1. Revisión bibliográfica             |   | 4. Elaboración de nuevas prácticas de laboratorio |  |
|  |                               | 2. Estudio de casos teórico-prácticos | X | 5. Elaboración de un proyecto                     |  |
|  |                               | 3. Trabajos experimentales            |   | 6. Trabajo relacionado con prácticas externas     |  |
|  |                               |                                       |   |   |  |

### Breve descripción del trabajo:

El problema de una partícula cuántica moviéndose sobre una recta (con o sin potencial) se puede generalizar al de una partícula moviéndose sobre un grafo conexo, esto es, un conjunto de aristas o arcos conectados por vértices. Problemas estándar como el de una partícula sobre una recta con un potencial tipo delta de Dirac, o una barrera, o un pozo, etc, se pueden reformular como grafos cuánticos con vértices de grado 2 (sólo dos aristas convergen en cada vértice). En el caso más general de vértices de grado tres o más aparecen una serie de problemas interesantes, tales como la forma correcta de definir el hamiltoniano sobre el grafo para que sea hermitico, el espectro de energías y sus autofunciones, el estudio de la matriz  $S$  (para grafos con aristas semiinfinitas), extensión a partículas de Dirac o Weyl, presencia de campos magnéticos, etc.

Modificando detalles tales como topologías, potenciales en aristas o vértices, estados internos de la partícula (espín) etc, se obtiene una enorme variedad de problemas interesantes que encuentran aplicación en el modelado de sistemas físicos. Por otro lado, desde el punto de vista docente los grafos cuánticos ofrecen la posibilidad de proponer problemas cuánticos siempre nuevos sin necesidad de aumentar su dificultad de modo prohibitivo. Este último es el aspecto en el que se quiere profundizar en el presente trabajo.

### Objetivos planteados:

Tras hacer una introducción al tema usando conceptos adquiridos en el grado y en particular en los cursos de física cuántica y mecánica cuántica (función de onda, conservación de flujo de probabilidad, hermiticidad del operador hamiltoniano, espectro de operadores, matriz de colisión, etc) proponer una serie de problemas prácticos de grafos cuánticos que sean instructivos y admitan una solución con métodos elementales, tratando de ilustrar una amplia variedad de casos distintos. Será necesario saber plantear, resolver y sobre todo interpretar los problemas propuestos.

### Metodología:

Métodos matemáticos avanzados estudiados en el grado (álgebra lineal, problemas de autovalores, determinación de ceros y polos de funciones meromorfas, teoría de operadores, teoría de grupos, etc). Será útil usar programas de manipulación algebraica, numérica y gráfica.

Campus Fuentenueva  
Avda. Fuentenueva s/  
n  
18071 Granada  
Tfno. +34-958242902  
físicas@ugr.es

**Comisión Docente de Físicas**  
Facultad de Ciencias



UNIVERSIDAD  
DE GRANADA



Facultad de  
Ciencias  
Sección de  
Físicas

**Bibliografía:**

G. Berkolaiko (2016) *An elementary introduction to quantum graphs* (arXiv:1603.07356).

P. Exner, J. Keating, P. Kuchment, T. Sunada, A. Teplyaev (Eds.), *Analysis on Graphs and its Applications*, Proc. Symp. Pure Math., AMS Chelsea, Rhode Island, 2008.

G. Berkolaiko, P. Kuchment, *Introduction to Quantum Graphs*. Mathematical surveys and monographs. American Mathematical Society, 2013.

V. Caudrelier, E. Ragoucy, *Direct computation of scattering matrices for general quantum graphs*, Nucl. Phys. B 828 (2010) 515.

F.M. Andrade, A.G.M. Schmidt, E. Vicentini, B.K. Cheng, M.G.E. da Luz, *Green's function approach for quantum graphs: An overview*, Phys. Reports 647 (2016) 1.

**A rellenar sólo en el caso que el alumno sea quien realice la propuesta de TFG**

Alumno/a propuesto/a: Ángel Alonso Díaz Burgos

Granada, 29 de junio 2020