Enigma 2 — Solución

La respuesta es $1{,}0884$ *segundos.*

Para resolver este enigma debemos tener en cuenta que tanto la rotación de la Tierra como la altura a la que estamos influyen en la constante gravitatoria efectiva, como se explica en la página de Wikipedia sobre la gravedad en la Tierra. Hay herramientas online que nos dan una buena estimación, como por ejemplo ésta. Usando la latitud de la Facultad de Ciencias ($37{,}179932$, como puede verse en Google Maps o en cualquier GPS), a una altura de 666 m (según este mapa topográfico), obtenemos el siguiente valor de la página anterior:

$$g = 9{,}79716\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}.$$

Este es el valor que tomaremos para el cálculo del periodo. La limitación más importante a la precisión de este problema es la estimación de la constante g, así que para contrastarlo podemos usar por ejemplo el Apéndice A de medidas gravimétricas de este estudio experimental, donde la constante que se da es

$$g = 9{,}796365091\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}.$$

Otra posible referencia es esta, donde se estima como

$$g = 9{,}7965305\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}.$$

Todas estas constantes dan un resultado final que sólo varía en la quinta cifra decimal, por lo que se pedía una precisión de cuatro cifras decimales.

Dado que debemos tratar el péndulo como un cuerpo rígido (*no* como un péndulo simple), las ecuaciones de movimiento son

$$\theta'' = -\frac{mgL}{I}\,\mathrm{sen}(\theta),$$

donde $\theta = \theta(t)$ es el ángulo del péndulo con respecto a la vertical, m es su masa, $L = 12{,}5\ m$ es la distancia desde el punto de sujeción hasta el centro de masas (el centro de la esfera), y por último I es su momento de inercia respecto al punto de sujeción. Podemos calcular el momento de inercia de la esfera, respecto de su centro de masas:

$$I_{\text{cm}} = \frac{2}{5} m r^2,$$

donde $r = 0{,}5$ m es el radio de la esfera. El momento de inercia respecto del punto de sujeción, que está desplazado $L = 12{,}5\, m$ respecto del centro de masas, es

$$I = I_{\text{cm}} + mL^2.$$

Por tanto, la constante que aparece en la ecuación del péndulo es

$$k = \frac{mgL}{I} = \frac{gL}{\frac{2}{5}r^2 + L^2} = 0{,}783271506\, s^{-2}.$$

El periodo de las soluciones de la ecuación es

$$T = \frac{4}{\sqrt{k}} \int_0^{\pi/2} \frac{ds}{\sqrt{1 - (\operatorname{sen}(\theta_0/2))^2 (\operatorname{sen}(s))^2}} \approx \frac{4}{\sqrt{k}} \times 1{,}6857503548 = 7{,}61898444\, s,$$

donde θ_0 es la amplitud de las oscilaciones. El resultado es, por tanto, que el SUGR equivale a $7{,}61898445/7 = 1{,}08842635$ segundos.

Las respuestas se han considerado incorrectas si no especifican cuatro decimales correctos (es decir, $1{,}0884$), porque es muy importante estimar el SUGR con la mayor precisión posible: los estándares de la UGR dependen de ello. Dado que una de las mediciones anteriores del valor de g da un redondeo de $1{,}0885$, esta respuesta se hubiera considerado también válida, pero ningún equipo la ha enviado.